

Η Μέτρηση της Περιφέρειας της Γης από τον Ερατοσθένη

Παναγιώτης Παζούλης
4^ο ΓΕΛ Δράμας
pazoulis@hotmail.com

Περίληψη

Αφορμή για αυτή την εργασία ήταν η λίστα με τα δέκα ομορφότερα πειράματα φυσικής που δημοσίευσε το περιοδικό Physics World. Στην έβδομη θέση της λίστας βρίσκεται η μέτρηση της περιφέρειας της γης από τον Ερατοσθένη. Τον 3^ο αιώνα π.Χ. ο Ερατοσθένης, διευθυντής της βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας, με έναν ιδιοφυή τρόπο κατάφερε να μετρήσει την περιφέρεια της γης. Το πείραμα αυτό, με κάποιες μετατροπές, μπορεί εύκολα να πραγματοποιηθεί με τα μέσα που υπάρχουν σε ένα σχολείο και αποτέλεσε το θέμα για μια ερευνητική εργασία που πραγματοποιήθηκε στο 4^ο Γ.Ε.Λ. Δράμας κατά το Α΄ τετράμηνο της σχολικής χρονιάς 2011-2012.

Εισαγωγή

Το μεγάλης κυκλοφορίας περιοδικό Physics World διεξήγαγε μια στατιστική έρευνα του ιστορικού της επιστήμης Ρόμπερτ Κρηζ, σχετικά με τα δέκα ομορφότερα πειράματα φυσικής που έχουν διεξαχθεί ποτέ στην ιστορία της επιστήμης¹. Θεωρώντας ότι τα πειράματα αυτά, τα οποία έχουν ψηφιστεί ως τα ομορφότερα πειράματα φυσικής από πλήθος αναγνωστών του περιοδικού, αλλά και από ειδικούς επιστήμονες, θα πρέπει να έχουν μεγάλο ενδιαφέρον, αλλά και να είναι γοητευτικά και θέλοντας να κεντρίσω το ενδιαφέρον των μαθητών μου για την επιστήμη της φυσικής, θέλησα να διδάξω ένα από αυτά με τη μέθοδο project στους μαθητές μου.

Στη συνέχεια παρατίθεται ο πίνακας με τα δέκα ομορφότερα πειράματα φυσικής όπως τη δημοσίευσε το περιοδικό Physics World.

1. Το πείραμα της διπλής σχισμής του Young, εφαρμοσμένο για τη συμβολή μεμονωμένων ηλεκτρονίων
2. Το πείραμα του Γαλιλαίου για την ελεύθερη πτώση (1600)
3. Το πείραμα του Millikan με τις σταγόνες λαδιού (1910)
4. Η ανάλυση του ηλιακού φωτός με πρίσμα από τον Νεύτωνα (1665-1666)
5. Το πείραμα του Young για την συμβολή του φωτός (1801)
6. Το πείραμα του Cavendish με τον ζυγό στρέψης (1798)
7. Η μέτρηση της περιφέρειας της Γης από τον Ερατοσθένη (3ος αιώνας π.Χ.)
8. Τα πειράματα του Γαλιλαίου με τις κυλιόμενες σφαίρες σε κεκλιμένα επίπεδα (1600s)
9. Η ανακάλυψη του πυρήνα από τον Rutherford (1911)
10. Το εκκρεμές του Foucault (1851)

Πίνακας 1: Τα δέκα πιο όμορφα πειράματα στην ιστορία της Φυσικής⁸

Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για να επιλεγεί ένα από τα δέκα αυτά πειράματα για να διδαχθεί στους μαθητές μου με τη μέθοδο project ήταν:

1. Να ταιριάζει με τη γνωστική ανάπτυξη και τα ενδιαφέροντα των μαθητών.
2. Να μπορεί να υποστηριχτεί η διδασκαλία του από τα μέσα που διαθέτει το σχολείο.

3. Να ταιριάζει με το αναλυτικό πρόγραμμα του λυκείου.

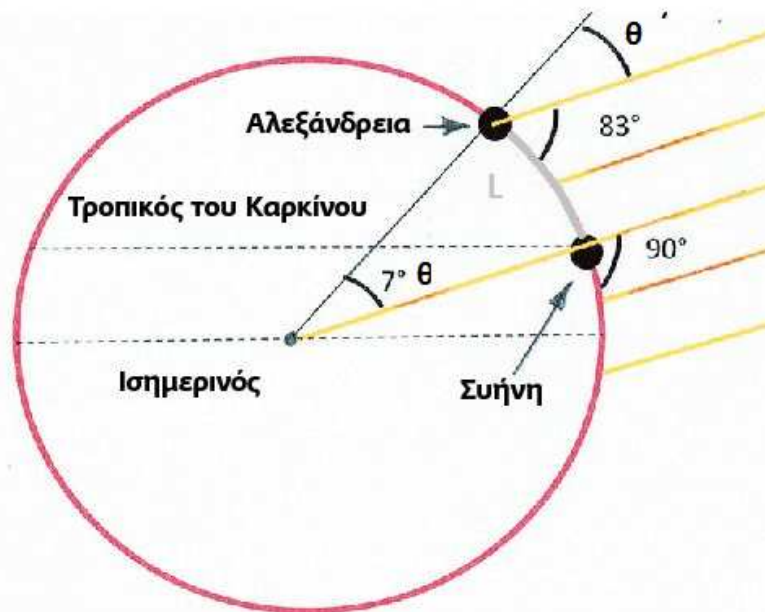
Έτσι, με βάση τα παραπάνω κριτήρια, επιλέχθηκε η μέτρηση της περιφέρειας της γης από τον Ερατοσθένη. Επιπλέον, ο Ερατοσθένης πραγματοποίησε τη μέτρησή του τον 3^ο π.Χ. αιώνα, κατά τη διάρκεια της Ελληνιστικής περιόδου και αυτό δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να διερευνήσουν το ιστορικό πλαίσιο που έλαβε χώρα η μέτρηση και να το συνδέσουν με άλλα σημαντικά γεγονότα της εποχής³.

Πώς μέτρησε ο Ερατοσθένης την περιφέρεια της γης

Ο Ερατοσθένης έζησε τον 3^ο π.Χ. αιώνα στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου την εποχή της Μακεδονικής δυναστείας των Πτολεμαίων, που είναι γνωστή ως Ελληνιστική Εποχή. Διατέλεσε διευθυντής της φημισμένης Βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας και άφησε πλούσιο έργο στα μαθηματικά, την αστρονομία, τη γεωγραφία και τη φιλοσοφία^{2,4}.

Ο Ερατοσθένης οργάνωσε και πραγματοποίησε ένα από τα πιο διάσημα, αλλά και ένα από τα πιο σημαντικά πειράματα στην ιστορία των θετικών επιστημών, τη μέτρηση της περιφέρειας της γης με έναν ιδιαίτερα ιδιοφυή τρόπο και με αξιοζήλευτη για την εποχή του ακρίβεια¹.

Ο Ερατοσθένης διάβασε σε έναν αρχαίο πάπυρο, στη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας, για ένα πηγάδι κοντά στη Σήνη, στο οποίο το μεσημέρι της 21ης Ιουνίου, θερινό ηλιοστάσιο, οι ακτίνες του Ήλιου έπεφταν κάθετα στη γη και φώτιζαν τον πάτο του, χωρίς να αφήνουν καμία σκιά. Την ίδια στιγμή στην Αλεξάνδρεια, που βρίσκεται στον ίδιο μεσημβρινό με τη Σήνη, οι ακτίνες του ηλίου με την κατακόρυφο του τόπου σχηματίζουν γωνία 7° περίπου¹, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1. Η μέτρηση της περιφέρειας της Γης από τον Ερατοσθένη.

Έτσι ο Ερατοσθένης οργάνωσε μια μεγάλη αποστολή για να μετρήσει την απόσταση Αλεξάνδρειας – Σήνης. Εικάζεται σήμερα ότι για να μετρήσει αυτή την απόσταση χρησιμοποίησε τους βηματιστές που χρησιμοποιούσε ο Μέγας Αλέξανδρος κατά την εκστρατεία του στην Περσία. Οι βηματιστές προπορευόταν του κυρίου σώματος του στρατού, έβρισκαν εναλλακτικές διαδρομές, μετρούσαν τις αποστάσεις και ενημέρωναν τους στρατηγούς για τις εναλλακτικές διαδρομές και τους κινδύνους που είχε η καθεμία από αυτές.

Μια άλλη άποψη υποστηρίζει ότι έβαλε έναν άνθρωπο να μετρήσει τις περιστροφές μιας ρόδας από ένα κάρο που έκανε τη διαδρομή αυτή. Έτσι ο αριθμός των περιστροφών επί την περίμετρο της ρόδας μας δίνει την απόσταση που έχει διανύσει το κάρο¹.

Με τα μεγέθη αυτά που μέτρησε, δηλαδή με τη γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες του ηλίου με την κατακόρυφο στην Αλεξάνδρεια και με την απόσταση Αλεξάνδρειας – Σήνης, σχημάτισε την αναλογία:

$$\frac{\text{Απόσταση_Αλεξάνδρειας} - \text{Συήνης}}{\text{Περιφέρεια_Γης}} = \frac{7^\circ}{360^\circ}$$

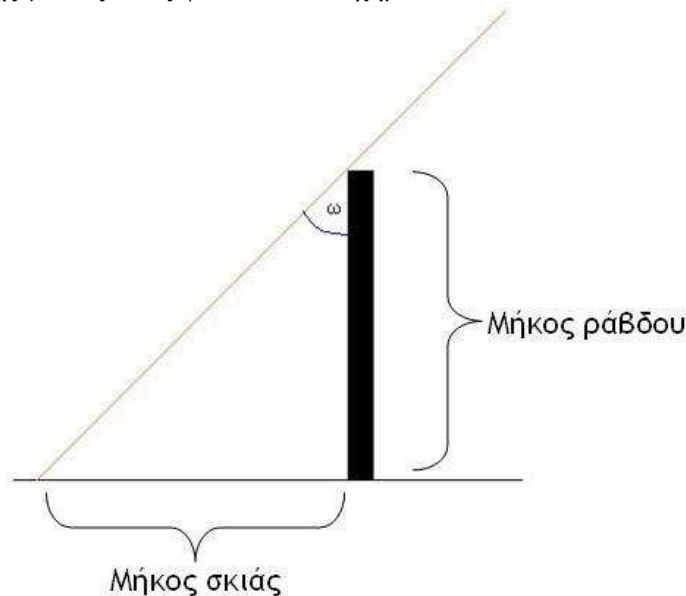
Έτσι μπόρεσε να υπολογίσει την περιφέρεια της γης με έναν κομψό τρόπο που προκαλεί το θαυμασμό της επιστημονικής κοινότητας ακόμη και σήμερα.

Πώς μπορούμε να επαναλάβουμε τη μέτρηση του Ερατοσθένη

Ο Ερατοσθένης πραγματοποίησε τη μέτρηση της περιφέρειας της γης το μεσημέρι του θερινού ηλιοστασίου. Για να επαναλάβουμε την μέτρηση του Ερατοσθένη με τους μαθητές μας, προφανώς θα θέλαμε να μπορούμε να την επαναλάβουμε μια οποιαδήποτε ημερομηνία και να χρησιμοποιήσουμε ως τόπο τη θέση του σχολείου μας. Επομένως, θα πρέπει να γίνουν μερικές τροποποιήσεις στη μέθοδο του Ερατοσθένη που να ανταποκρίνονται στη διαφορετική ημερομηνία που γίνεται το πείραμα και στους διαφορετικούς τόπους που θα χρησιμοποιηθούν.

Το πρώτο βήμα που θα πρέπει να κάνουμε είναι να επιλέξουμε μια μέρα με ήλιο. Στη συνέχεια θα πρέπει να υπολογίσουμε την ώρα που μεσουρανή ο ήλιος στον τόπο μας. Ο ήλιος δεν μεσουρανή σε ένα τόπο στις 12:00 το μεσημέρι μιας και η ώρα Ελλάδος είναι η ώρα του μεσημβρινού που έχει γεωγραφικό μήκος 30° ανατολικό (+2 GTM). Ο πιο εύκολος τρόπος για να βρούμε την ώρα που μεσουρανή ο ήλιος σε ένα τόπο είναι να χρησιμοποιήσουμε την ένδειξη ενός ηλιακού ρολογιού. Όταν ένα ηλιακό ρολόι δείχνει 12:00 τότε ο ήλιος μεσουρανή στον τόπο.

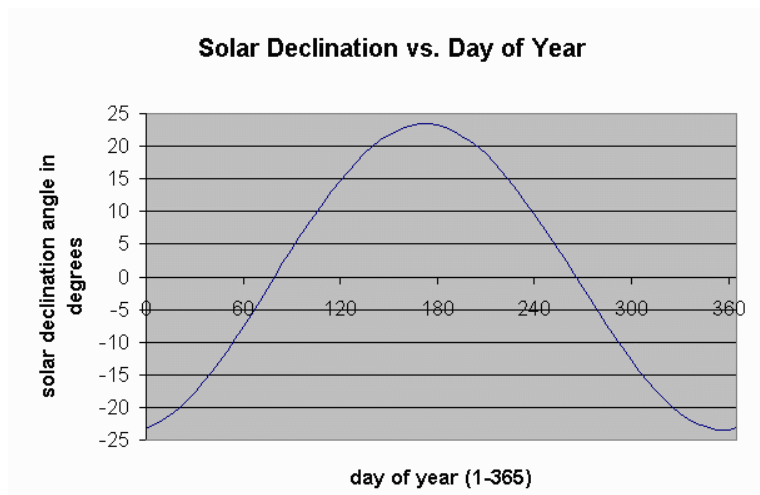
Την ώρα που μεσουρανή ο ήλιος στον τόπο μας μετρούμε τη γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες του ηλίου με την κατακόρυφο του τόπου. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε μια κατακόρυφο ράβδο γνωστού μήκους και μετρούμε τη σκιά της. Υπολογίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{Μήκος_σκιάς}}{\text{Μήκος_ράβδου}}$$

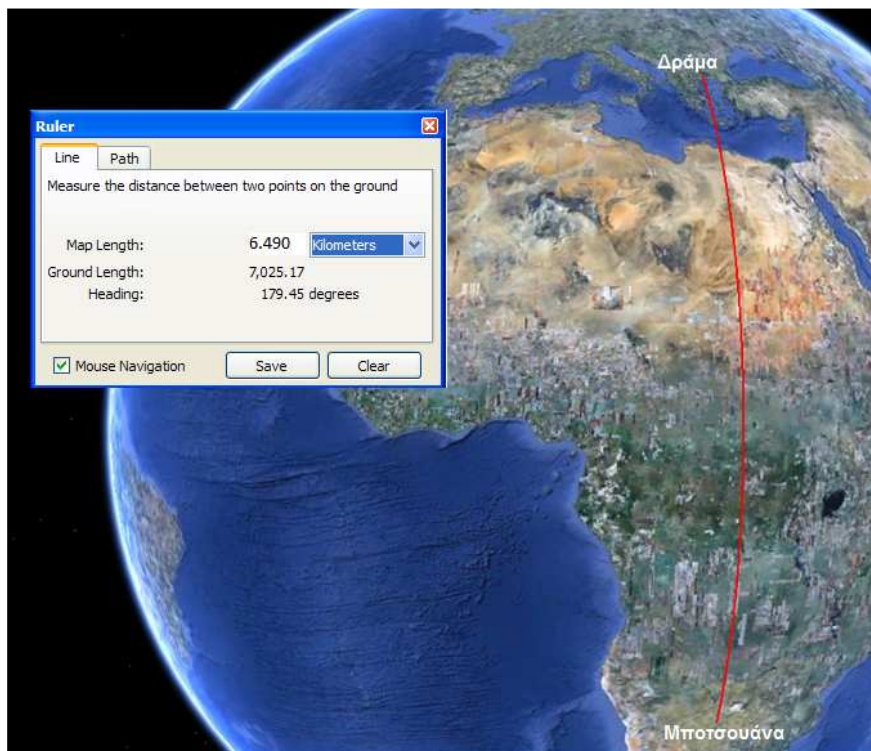
Σχήμα 2. Η μέτρηση της γωνίας που σχηματίζουν οι ακτίνες του ηλίου με την κατακόρυφο του τόπου.

Στη συνέχεια θα πρέπει να βρούμε την περιοχή εκείνη της γης που βρίσκεται στον ίδιο μεσημβρινό με το δικό μας τόπο και επιπλέον ο ήλιος να βρίσκεται στο ζενίθ, δηλαδή να ρίχνει τις ακτίνες του κάθετα στη γη. Η περιοχή που ψάχνουμε να βρούμε θα έχει το ίδιο γεωγραφικό μήκος με τον δικό μας τόπο και γεωγραφικό πλάτος ίσο με την απόκλιση του ηλίου. Βρίσκουμε την απόκλιση του ηλίου από το διάγραμμα στο σχήμα 3 ή από αστρονομικούς πίνακες της απόκλισης του ηλίου ή ακόμη χρησιμοποιώντας το λογισμικό stellarium.



Σχήμα 3. Διάγραμμα απόκλισης του ηλίου σε συνάρτηση με την ημέρα του έτους⁹

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το λογισμικό Google Earth βρίσκουμε την περιοχή με τα παραπάνω χαρακτηριστικά και υπολογίζουμε την απόσταση των δύο περιοχών όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4. Μέτρηση απόσταση με το λογισμικό Google Earth

Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω πραγματοποιήθηκε μία μέτρηση της περιφέρειας της γης στις 15-11-2011 από το σχολείο μας το 4^ο ΓΕΛ Δράμας. Τα δεδομένα των μετρήσεων είναι:

Ημερομηνία : 15-11-2011

Ώρα που μεσουρανάει ο ήλιος: 12.08

Θέση : Δράμα, 4^ο ΓΕΛ

Γεωγραφικό μήκος : Ανατολικό 24,15^ο

Γεωγραφικό μήκος : Βόρειο 41,15^ο

Απόκλιση του ηλίου $\delta = 18^{\circ} 27''$

Μήκος ράβδου : 1,009 m

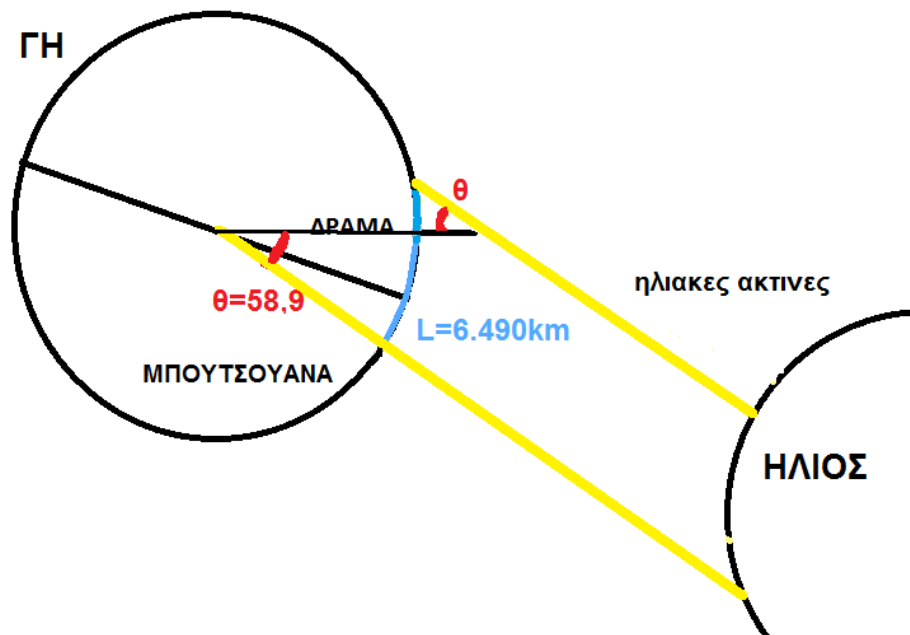
Μήκος σκιάς : 1,652 m

Υπολογισμός της γωνίας που σχηματίζουν οι ακτίνες του ηλίου με την κατακόρυφο του τόπου:

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{Μήκος_σκιάς}}{\text{Μήκος_ράβδου}} = \frac{1,652\text{m}}{1,009\text{m}} = 1,637 \Rightarrow \omega = 58,6^{\circ}$$

Αναζητούμε στο χάρτη, όπως φαίνεται στο σχήμα 4, την περιοχή όπου ο ήλιος εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στο ζενίθ και ρίχνει τις ακτίνες του κάθετα στη γη. Η περιοχή αυτή είναι η Μποτσουάνα στα σύνορα Νότιας Αφρικής και Κένυας. Μετρούμε την απόσταση Δράμας – Μποτσουάνα με το εργαλείο χάρακας που διαθέτει το λογισμικό Google Earth (σχήμα 4) Απόσταση Δράμας – Μποτσουάνα 6490 km.

Η γωνία 58,6^ο που μετρήσαμε να σχηματίζουν οι ακτίνες του ήλιου με την κατακόρυφο στη Δράμα αντιστοιχεί στην επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στο τόξο Δράμας – Μποτσουάνα, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5. Η μέτρηση της περιφέρειας της γης την 15-11-2011 από το 4^ο ΓΕΛ Δράμας

Οπότε παίρνουμε:

$$\frac{58,9^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{6490\text{km}}{\text{Περιφέρεια_γης}} \Rightarrow$$

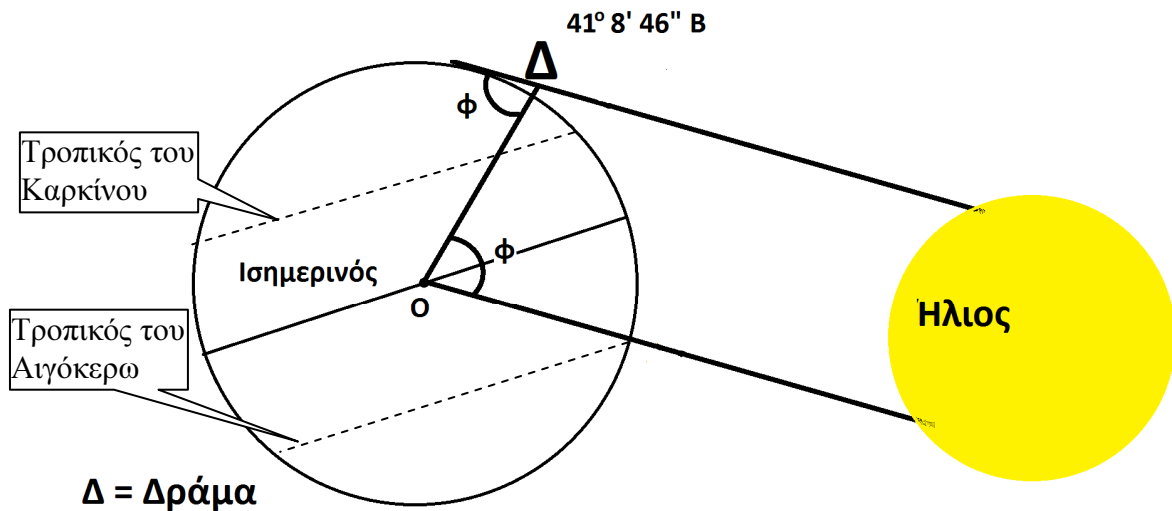
$$\text{Περιφέρεια_Γης} \cong 39.670\text{km}$$

Παράλληλες δραστηριότητες

Επίσης, οι μαθητές κατά τη διάρκεια της ερευνητικής εργασίας μελέτησαν και επεξεργάστηκαν τα παρακάτω θέματα:

1. Αναζήτηση πηγών, πληροφοριών, βιβλιογραφίας και σχετικών με το θέμα εργασιών.
2. Παρουσίαση βιογραφικών πληροφοριών για τον Ερατοσθένη
3. Παρουσίαση του ιστορικού πλαισίου όπου έλαβε χώρα η μέτρηση της περιφέρειας της γης.
4. Παρουσίαση των μεθόδων, των μαθηματικών εργαλείων και των τεχνικών που χρησιμοποίησε ο Ερατοσθένης για να πραγματοποιήσει τη μέτρηση.
5. Τροποποίηση της μεθόδου του Ερατοσθένη ώστε να μπορεί να επαναληφθεί από διαφορετικούς τόπους και διαφορετικές χρονικές στιγμές σε σχέση με τον Ερατοσθένη, αλλά και με διαφορετικά μέσα.
6. Λήψη πειραματικών μετρήσεων και επεξεργασία δεδομένων.
7. Παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

Ενδιαφέρον, επίσης, παρουσιάζει η μέτρηση που έγινε στις 22 Δεκεμβρίου, ημέρα του χειμερινού ηλιοστασίου, όπου η γεωμετρία του πειράματος φαίνεται στο σχήμα 6.



Σχήμα 6. Η μέτρηση της περιφέρειας της γης στο χειμερινό ηλιοστάσιο, 22 Δεκεμβρίου

Τέλος, οι ομάδες των μαθητών γράψανε την εργασία τους σε ψηφιακή μορφή και την παρουσίασαν στους συμμαθητές τους.

Συμπεράσματα

Η μέτρηση της περιφέρειας της γης από τον Ερατοσθένη, ένα ιστορικό πείραμα που τράβηξε την προσοχή των αναγνωστών του περιοδικού Physics World και συμπεριλήφθηκε στη λίστα με τα δέκα ομορφότερα πειράματα όλων των εποχών, μπορεί να αποτελέσει μια ενδιαφέρουσα πρόταση για μια ερευνητική εργασία. Είναι ένα πείραμα το οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί με τα μέσα που διαθέτει ένα τυπικό σχολείο της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και το επίπεδο των γνώσεων και των δεξιοτήτων που απαιτείται για την επιτυχή έκβασή του ανταποκρίνεται στις ικανότητες των μαθητών του λυκείου. Επίσης, ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της ιστορικής διάστασης του πειράματος, η βιογραφία του Ερατοσθένη, η επίδραση που είχε το πείραμα στους σύγχρονους του Ερατοσθένη, αλλά και στις επόμενες γενεές.

Βιβλιογραφία

1. Manuel Lozano Leyva, «Από τον Αρχιμήδη έως τον Αϊνστάιν», Εκδόσεις Ενάλιος, Αθήνα 2008
2. Αραμπατζής Θ., Κ. Γιαβρόγλου, Δ. Διαλέτης κ.α., «Ιστορία των Επιστημών και της

- Τεχνολογίας», Εκδόσεις. ΟΕΔΒ 1999.
3. Διδακτική των Φυσικών Επιστημών, Τόμοι Α και Β, Εκδ. ΕΑΠ
 4. Εγκυκλοπαίδεια Πάπυρος Larousse Britannica, στο λήμμα: Ερατοσθένης
 5. Στράτος Θεοδοσίου-Μάνος Δανέζης, «Μετρώντας τον άχρονο χρόνο», Εκδόσεις Δίαυλος, Αθήνα 1996
 6. Στράτος Θεοδοσίου-Μάνος Δανέζης, «Η Οδύσσεια των Ημερολογίων-Αναζητώντας τις ρίζες της γνώσης» Α΄ και Β΄ τόμο, Εκδόσεις Δίαυλος, Αθήνα 1995
 7. Wikipedia στο λήμμα: Ερατοσθένης
 8. Δικτυακός τόπος: <http://tinanantsou.blogspot.com/2011/06/10.html>
 9. Δικτυακός τόπος: <http://www.esrl.noaa.gov/gmd/grad/solcalc/>